

וקטורים תלויים זה בזה – וקטורים שאינם תלויים זה בזה

תלות בין שני וקטורים

☺ וקטור \underline{a} תלוי בווקטור \underline{b} אם קיים ביניהם הקשר: $\underline{a} = t\underline{b}$. t סקלר.

כאשר $\underline{a} = t\underline{b}$ נאמר ש:
 \underline{a} צרוף לינארי של \underline{b} או
 \underline{a} קומבינציה לינארית של \underline{b} .

♦ ניתן לומר ש \underline{a} הוא צרוף לינארי של \underline{b} . או ש:

\underline{a} הוא קומבינציה לינארית של \underline{b} .

♦ קומבינציה = צרוף. לינארי = קו ישר. כלומר:

מעלה ראשונה.

1. בהצגה הגיאומטרית ראינו ש $\underline{a} = t\underline{b}$ אם ורק אם: א. _____

ב. _____ ג. _____ . הדבר נכון גם בווקטור אלגברי.

2. האם הווקטורים $\underline{y} = (3,0,5)$, $\underline{u} = (-6,0,10)$ תלויים זה בזה?

♦ נבדוק אם קיים סקלר t המקיים $\underline{u} = t\underline{y}$. נבנה 3 משוואות (בנעלם אחד):

$$1. \quad t \cdot 3 = \underline{\quad} \quad 2. \quad t \cdot 0 = \underline{\quad} \quad 3. \quad t \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad} \quad t = \underline{\quad} \leftarrow$$

מחקו את המיותר: הווקטורים תלויים / לא תלויים זה בזה.

3. האם הווקטורים $\underline{a} = (-1,2)$, $\underline{b} = (6,12)$ תלויים זה בזה?

♦ נבדוק אם קיים סקלר t המקיים $\underline{b} = t\underline{a}$. נבנה 2 משוואות (בנעלם אחד):

$$1. \quad t \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad} \quad 2. \quad t \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad} \quad t = \underline{\quad} \leftarrow$$

מחקו את המיותר: הווקטורים תלויים / לא תלויים זה בזה.

4. במרובע ABCD, שיעורי הקודקודים הם: $A(3,5)$, $B(-1,0)$, $C(2,-7)$, $D(10,3)$.

הוכיחו שהמרובע ABCD הוא טרפז.

♦ כדי להוכיח שהמרובע ABCD טרפז עלינו להוכיח שרק שתיים מצלעותיו מקבילות

זו לזו.

♦ רצוי לשרטט ציור (אין צורך לדייק בשרטוט).

$$\overline{AB} = (\underline{\quad}, \underline{\quad}) \quad \overline{DC} = (\underline{\quad}, \underline{\quad}) \quad \overline{AD} = (\underline{\quad}, \underline{\quad}) \quad \overline{BC} = (\underline{\quad}, \underline{\quad})$$

יש / אין זוג צלעות מקבילות. המרובע ABCD הוא טרפז / אינו טרפז.

5. כאשר וקטור \underline{a} תלוי בווקטור \underline{b} , ו \underline{a} , \underline{b} שונים מ $\underline{0}$, גם וקטור \underline{b} תלוי בווקטור \underline{a} .

נכון / לא נכון.



תלות בין שלושה וקטורים

☺ וקטור \underline{a} תלוי לינארית בוקטורים \underline{b} ו \underline{c} אם קיים ביניהם הקשר: $\underline{a} = s\underline{b} + t\underline{c}$ כאשר s, t סקלרים.

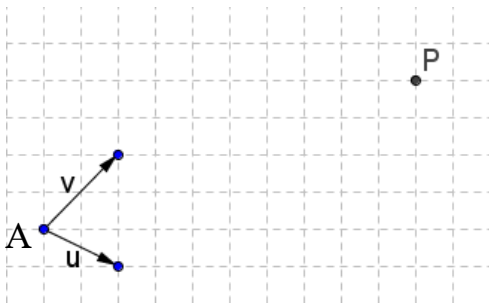
☺ ניתן לומר גם ש: \underline{a} הוא צרוף לינארי של \underline{b} ו \underline{c} , או: \underline{a} הוא קומבינציה לינארית של \underline{b} ו \underline{c} .

✍ משפט: שני וקטורים בעלי מוצא משותף, שאינם מקבילים זה לזה ואינם על אותו הישר פורשים מישור.

☺ נתונים הווקטורים $\underline{u}, \underline{v}$. באמצעות צרוף של הווקטורים

$\underline{u}, \underline{v}$ נוכל להגיע לכל נקודה במישור.

6. איך צרוף לינארי של $\underline{u}, \underline{v}$ "יגיע" לנקודה P?



◆ נחבר את AP ונסמן: $\overrightarrow{AP} = \underline{w}$

נראה ש \underline{w} הוא צרוף לינארי של $\underline{u}, \underline{v}$.

◆ נעביר דרך P מקבילים ל \underline{u} ו \underline{v} .

◆ נמצא את הצרוף של $\underline{u}, \underline{v}$ המבטא את \underline{w} .

☺ על העיקרון ששני וקטורים שאינם תלויים זה בזה פורשים מישור, בנויה מערכת הצירים הדו ממדית (בעלת שני צירים x ו y). שני הצירים הם שני הווקטורים המאפשרים לנו להציג כל נקודה במישור הצירים.

☺ $\underline{a}, \underline{b}$ ו \underline{c} תלויים זה בזה ($\underline{a} = s\underline{b} + t\underline{c}$), אם ורק אם:

א. \underline{a} במישור הנפרש על ידי \underline{b} ו \underline{c} . או ב. \underline{a} במישור מקביל לזה הנפרש על ידי

\underline{b} ו \underline{c} . או ג. $\underline{a} = \underline{b} = \underline{c} = 0$.

7. $\underline{u} = (1, 10, 0)$, $\underline{v} = (5, 2, 1)$, $\underline{w} = (1, -38, 1)$. האם w תלוי ב u ו v?

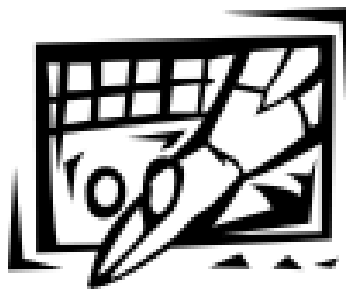
◆ השאלה היא האם קיימים סקלרים t ו s כך ש: $\underline{w} = t\underline{u} + s\underline{v}$

1. $1 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$

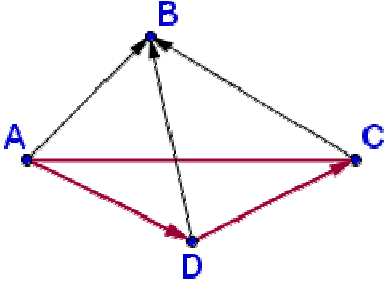
2. $\underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad}$

3. $\underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad}$

$t = \underline{\quad}, s = \underline{\quad}$ ◆



8. נתונה פירמידה ABCD. $\overline{AD} = \underline{v}$, $\overline{AC} = \underline{u}$, $\overline{AB} = \underline{w}$. $BM = MC$. $BN = ND$.



הוכח כי הווקטור \overline{MN} מקביל למישור ADC.

השלימו את השרטוט.

יתכן שהווקטור \overline{MN} מונח על מישור ADC?

הווקטור \overline{MN} יקביל למישור ADC אם נוכל לבטא אותו כצרוף לינארי של _____ ו _____.

1. $\overline{CD} = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ לפי משולש _____

2. $\overline{DB} = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ לפי משולש _____

4.

3.

$$\overline{MN} = \frac{\underline{\quad} - \underline{\quad}}{2}$$

העמקה:

נאמר שווקטור פורש ישר אם באמצעות כפל הווקטור בסקלר (מספר ממשי) נוכל להגיע לכל וקטור על הישר.

9. נשרטט במערכת הצירים שבשרטוט

את גרף הפונקציה $y = 2x + 1$

סמנו את הנקודות $A(-0.5, 0)$,

$B(0, 1)$ ו $C(1.5, 4)$ במערכת הצירים.

האם 3 הנקודות מונחות

על הגרף ששרטטתם?

המטרה שלנו: להראות שהווקטור

\overline{AC} הוא כפולה של הווקטור

\overline{AB} .

נעביר את הווקטורים \overline{AB} ו \overline{AC} לצורה אלגברית.

◆ $\vec{AC} = _ \cdot \vec{AB} \leftarrow \vec{AC} = _ - _ = (_, _) , \vec{AB} = _ - _ = (_, _)$ ◆

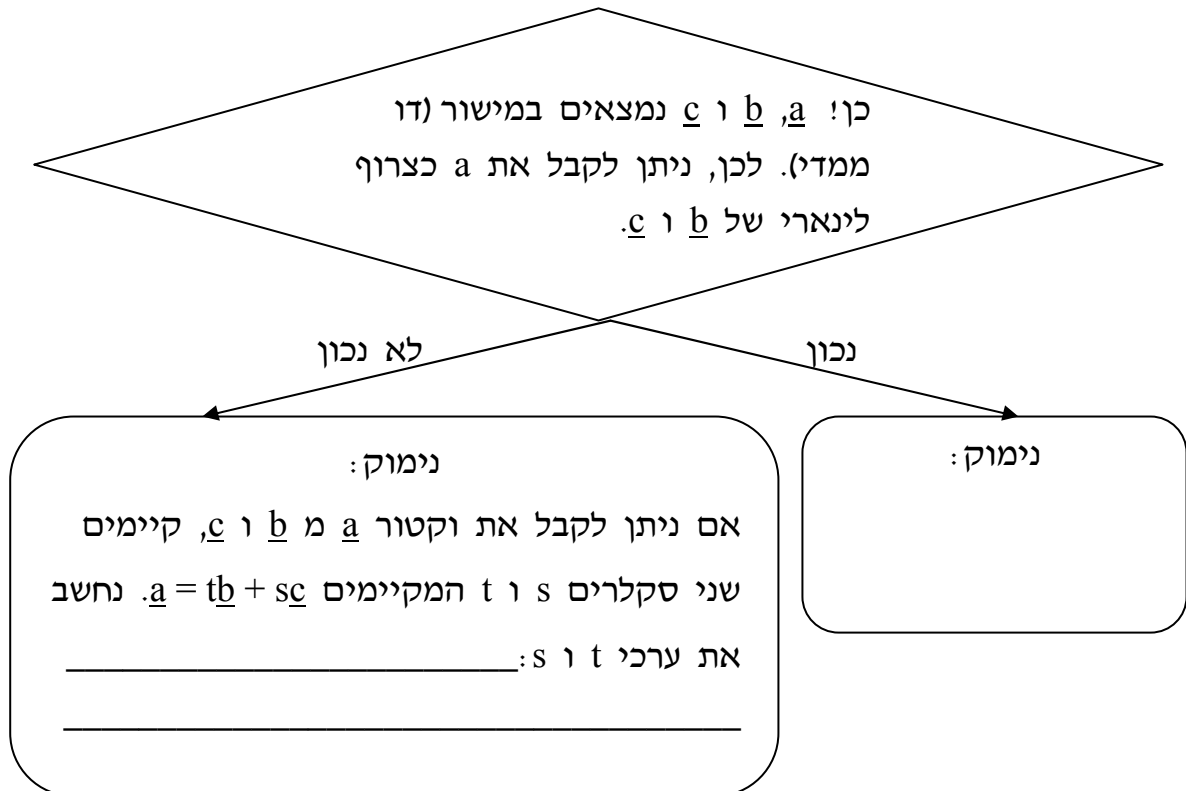
◆ נבטא את שיעורי C באמצעות הווקטור \vec{AB} :

$\vec{AC} = A + _ \cdot \vec{AB} = A + 4(-_, _) = (_, _)$

☺ שני וקטורים שאינם תלויים זה בזה פורשים מישור.

כלומר, אם נתונים שני וקטורים שאינם תלויים זה בזה, ניתן לבטא באמצעותם כל וקטור שלישי באותו המישור.

10. האם הווקטור $\vec{a} = (6, 3)$ תלוי בווקטורים $\vec{b} = (2, 6)$ ו $\vec{c} = (-3, -9)$?



☑ תשובות: 1. א. \vec{a} , \vec{b} על ישרים מקבילים. ב. \vec{a} , \vec{b} על אותו הישר. ג. $\vec{a} = \vec{b} = \vec{0}$

2. $t = -2$. הווקטורים תלויים זה בזה. 3. הווקטורים לא תלויים זה בזה.

4. $AB \parallel DC$. ABCD טרפז. 5. נכון. 6. $\vec{w} = \vec{v} - 4\vec{u}$. 7. $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$. 8. לא יתכן.

9. $\vec{MN} = \frac{\vec{v} - \vec{u}}{2}$. כיוון ש \vec{MN} . $\vec{AC} = 4 \cdot \vec{AB}$, $\vec{AC} = (2, 4)$, $\vec{AB} = (0.5, 1)$

10. לא נכון. המשפט אומר שכדי לפרוש מישור, על הווקטורים להיות לא תלויים

זה בזה. \vec{c} , \vec{b} תלויים זה בזה לא נמצא ערכי s ו t .

עבודה נעימה

